Développement et optimisation d'une stratégie de maintenance dépendante du plan de production pour un système à multi-produit

L. Mifdal[1], Z. Hajej[2], S. Dellagi[3], N. Rezg[4]

[1]LGIPM, Université Paul Verlaine de Metz, 57045 France
lahcen.mifdal6@etu.univ.lorraine.fr

[2]LGIPM, Université Paul Verlaine de Metz, 57045 France
Hajej@univ-lorraine.fr

[3] LGIPM, Université Paul Verlaine de Metz, 57045 France
Dellagi@univ-lorraine.fr

[4]LGIPM, Université Paul Verlaine de Metz, 57045 France
Nidhal.rezg@univ-lorraine.fr

Résumé : Dans ce travail nous nous intéressons à une problématique industrielle. Le problème étudié, consiste à élaborer une stratégie de maintenance optimale combinée à un plan optimal de production. Ceci pour un système à multi-produit dans l'optique de satisfaire plusieurs demandes aléatoires tout en tenant compte de la dégradation de la machine en fonction de la cadence de production. Premièrement, nous avons développé un modèle analytique qui permet de minimiser le coût total de stockage et de production. Deuxièmement, nous avons décrit un modèle qui a pour but de minimiser le coût total des actions de maintenance tout en tenant compte de l'influence du plan optimal de production obtenu sur la dégradation de la machine.

Abstract: This paper addresses the production and maintenance problem of multiple-product manufacturing system satisfying several random demands corresponding to every product. The goal of this study is to establish an optimal production planning and maintenance strategy, taking into account the influence of the production rate on the degradation rate. Analytical models are developed in order to minimize sequentially the production/holding costs and the total maintenance cost.

Mots clés : Plan de production, stratégie de maintenance, optimisation, taux de dégradation, système mécanique, multi-produit.

1. INTRODUCTION

Aujourd'hui, la compétition entre les entreprises se traduit par la révision des stratégies industrielles courantes dans le but d'améliorer les plans de production et de maintenance. En réalité, la non-satisfaction du client dans les délais est due souvent à une demande aléatoire ou à une défaillance soudaine de système de production. Par conséquent, il est nécessaire de développer des politiques de maintenance intégrées à la production, sous des contraintes liées au stockage, à la demande et au taux de défaillance. Grâce aux stratégies optimales de maintenance et de production, le système industriel est capable de répondre à la demande aléatoire du client et de réduire simultanément les coûts de production et de maintenance. L'une des premières actions d'un processus de prise de décision hiérarchique d'une entreprise est le développement des plans optimaux (production, maintenance).

Il est question de trouver le meilleur plan de production et la meilleure stratégie de maintenance requise par l'entreprise pour satisfaire les clients. C'est une tâche complexe car il existe une variété d'incertitudes liées à ce processus de décision. Généralement, elles sont dues à des facteurs externes et internes. Les facteurs externes peuvent être associés à l'incapacité de définir précisément le comportement de la demande pendant les périodes de production. Les facteurs internes peuvent être associés à la disponibilité des ressources matérielles de la société. Dans ce contexte, [1] ont traité un problème stochastique de planification au niveau de la production sous des contraintes de l'inventaire.

Dans le même contexte de couplage production/maintenance, [2] et [3] ont présenté des modèles analytiques permettant d'avoir des stratégies de maintenance intégrée à la production une optimisation conjointe entre une politique de maintenance. Une optimisation conjointe entre une politique de maintenance préventive et la gestion d'un stock, dans le cas d'une ligne de production constituée de *N* machines a été présentée par [4]. [5] ont étudié l'optimisation stochastique de la gestion de production couplée à des activités de maintenances correctives et préventives.

Dans cet article nous nous intéressons à un système manufacturier à multi-produit ; ce problème a été traité par [1]. Ils avaient mis au point un modèle d'optimisation dynamique stochastique pour résoudre un problème de planification de la production pour un système à multi-produits, multi-périodes avec des contraintes sur les variables de décision et de planification sur un horizon fini. [6] ont développé un modèle de Markov d'un processus de décision qui détermine en même temps les calendriers d'entretien et de production pour un système produisant plusieurs produits.

Basé sur les travaux de [7] et [8] ce travail consiste donc à déterminer de nouvelles politiques de maintenance conjointes avec la gestion opérationnelle du système de production. La clef de cette étude est d'élaborer des modèles analytiques pour avoir un plan optimal de production et un plan optimal de maintenance tout en considérant, l'influence de la cadence de production sur la dégradation de l'équipement

2. DESCRIPTION DU PROBLEME

Dans cette étude on s'intéresse au problème d'optimisation du plan de production et de maintenance. Le système manufacturier considéré dans cette étude consiste en une machine *M* produisant plusieurs produits afin de satisfaire plusieurs demandes aléatoires. Le problème est présenté dans la figure.1. De point de vue fiabilité, nous présumons que la loi de dégradation de la machine *M* est de type Weibull dont le taux de défaillance est croissant avec le temps et selon l'usage. La machine M est soumise à une politique de maintenance préventive dans le but de réduire l'occurrence de ses pannes. Le plus dans cette étude par rapport à ce qui existe dans la littérature est que le taux de défaillance de la machine dépend à la fois du temps et de la cadence de production.

Premièrement, nous établirons un plan de production économique satisfaisant une demande aléatoire. Deuxièmement, en utilisant le plan optimal de production obtenu, nous déterminerons le nombre optimal de périodes de maintenance préventive. L'utilisation du plan de production optimal dans la maintenance est justifiée par le fait de prendre en compte l'influence de la cadence de production sur l'évolution du taux de défaillance de la machine**.**

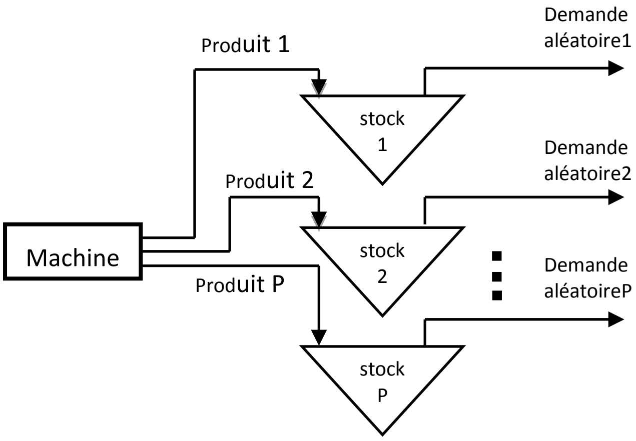

Fig.1: Problem description

3. NOTATIONS

H	L'horizon fini de production
P	Le nombre total de type de produit à produire
m	Le nombre de sous-périodes j dans la période k
Δt	Longueur de période de production
$S_i(k)$	Le niveau de stock du produit i à la fin de la période k
$u_{ij}(k)$	La cadence de production du produit i à la sous-période j dans la période k
$y_{ij}(k)$	Une variable binaire qui égale à 1 si le setup du produit i est effectué à la sous-période j dans la période k, et 0 sinon
U_{imax}	La cadence de production maximale du produit i
Cp_i	Le coût unitaire de production du prduit i
Cs_i	Le coût unitaire de stockage du produit i
st_i	Le coût de setup du produit i
θ_i	La probabilité du taux de service du produit i
Mp	Le coût d'une action de maintenance préventive
Mc	Le coût d'une action de maintenance corrective
N	Nombre d'action de maintenance préventive durant l'horizon H
T	Période d'intervention pour une action de maintenance préventive
$\lambda_{jk}(t)$	La fonction du taux de défaillance à la sous-période j dans la période k
$F(.)$	Le coût total moyen de production et de stockage pendant l'horizon H
$\Gamma(.)$	Le coût total de la maintenance
$\phi(.)$	Le nombre moyen de panne
um	Unité monétaire
up	Unité produite

4. PORDUCTION POLICY

4.1 Le problème stochastique

Formellement, le problème stochastique de production est défini comme suit:

$$\underset{U=(u_{ij}(k),i=1..P,\,j=1..m,k=1..H-1)}{Min\ F(U)}$$

Avec:

$$F(U)=\sum_{k=1}^{H-1}\sum_{i=1}^{P}\sum_{j=1}^{m}y_{ij}(k)\times\left(st_i+Cp_i\times E\left\{\left(u_{ij}(k)\right)^2\right\}\right)+\sum_{k=1}^{H}\sum_{i=1}^{P}Cs_i\times E\left\{\left(S_i(k)\right)^2\right\}\qquad \text{(P1)}$$

Sous les contraintes suivantes:

$$S_i(k+1)=S_i(k)+\sum_{j=1}^{m}y_{ij}(k)\times u_{ij}(k)-d_i(k)\quad i=1,...,P,k=1,...,H\qquad (1)$$

$$\text{Prob}\left[S_i(k+1)\geq 0\right]\geq\theta_i\qquad i=1,...,P,k=1,...,H\qquad (2)$$

$$0\leq u_{ij}(k)\leq U_{i\max}\quad i=1,...,P,\ j=1,...,m,\ k=1,...,H-1\qquad (3)$$

$$y_{ij}(k)\in\{0,1\}\quad i=1,...,P,\ j=1,...,m,\ k=1,...,H-1\qquad (4)$$

$$\sum_{i=1}^{P}y_{ij}(k)=1\quad\forall j=1,2.....,m,k=1,...,H-1$$
$$\sum_{j=1}^{m}y_{ij}(k)=1\quad\forall i=1,2.....,P,k=1,...,H-1\qquad (5)$$

4.2 Le modèle déterministe

- Coût de production et de stockage

$$F(U)=\sum_{k=1}^{H-1}\sum_{i=1}^{P}\sum_{j=1}^{m}y_{ij}(k)\times\left(st_i+Cp_i\times\left(u_{ij}(k)\right)^2\right)+\sum_{k=1}^{H}\sum_{i=1}^{P}Cs_i\times\hat{S}_i(k)^2+\sum_{i=1}^{P}Cs_i\times(\sigma_{di})^2\times\frac{H\times(H+1)}{2}$$

$$Avec:U=(u_{ij}(k),i=1..P,\ j=1..m,\ k=1..H-1)$$

- L'équation d'équilibre de l'état de stock

$$\hat{S}_i(k+1)=\hat{S}_i(k)+\sum_{j=1}^{m}y_{ij}(k)\times u_{ij}(k)-\hat{d}_i(k)$$
$$\forall\quad i=1,..,P,\quad k=1,....,H-1$$

- La contrainte du niveau de service

$$\Pr ob\left(S_i(k+1)\geq 0\right)\geq \theta_i \Rightarrow \left(\sum_{j=1}^{m} y_{ij}\left(k\right)\times u_{ij}\left(k\right)\geq U_{\theta i}\left(S_i(k),\theta_i\right)\right)$$

$$\forall \quad i=1,...,P \quad k=1,.....,H-1$$

With:

$U_{\Theta i}$ *(.)*: la quantité cumulative minimale de production *i.*

$$U_{\theta i}\left(S_i(k),\theta_i\right)=V_{di,k}\times\varphi_{di,k}^{-1}+\hat{d}_i\left(k\right)-\hat{S}_i\left(k\right)$$

$V_{di,k}$: la variance de la demande d_i à la période *k.*

φ : La fonction de répartition gaussienne

φ^{-1} : L'inverse de la fonction de répartition

5. MAINTENANCE STRATEGY

L'objectif de cette section est de déterminer le nombre optimal d'action de maintenance préventive N^* qui minimise le coût total de maintenance.

L'expression analytique du coût total de maintenance est représentée comme suite:

$$\Gamma(N)=M_c\times\phi_{(U,N)}+N\times M_p$$

Avec :

$$\phi_{(U,N)}=\sum_{q=1}^{N}\left(\begin{array}{l}\displaystyle\sum_{j=\left((q-1)\times T+1\right)-\left(In\left[(q-1)\times\frac{T}{\Delta t'\times m}\right]\times m\right)}^{m}\int_0^{\Delta t'}\lambda_{j,In\left[(q-1)\times\frac{T}{\Delta t'\times m}\right]+1}(t)dt\\ \displaystyle+\sum_{k=In_{\sup}\left[(q-1)\times\frac{T}{\Delta t'\times m}\right]+1}^{In\left[q\times\frac{T}{\Delta t'\times m}\right]}\sum_{j=1}^{m}\int_0^{\Delta t'}\lambda_{j,k}(t)dt\\ \displaystyle+\sum_{j=1}^{q\times T-In\left[q\times\frac{T}{\Delta t'\times m}\right]}\int_0^{\Delta t'}\lambda_{j,In\left(q\times\frac{T}{\Delta t'\times m}\right)+1}(t)dt\end{array}\right)$$

Avec $N = 1,2,...$

La figure ci-dessous représente l'évolution du taux de défaillance. Après chaque action de maintenance préventive le système redevient neuf, ce qu'on appelle dans la littérature « As good as new ».

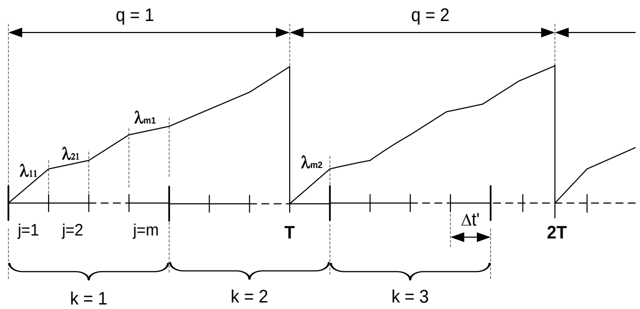

Fig.2 : Evolution du taux de défaillance

6. CONCLUSION

Dans cette étude, nous nous sommes intéressés à une problématique de la maintenance intégrée à la production. Le problème traité, consiste à proposer des modèles analytiques qui nous permettent d'élaborer un plan optimal de production et une stratégie optimale de maintenance pour un système à multi-produit qui devant satisfaire plusieurs demandes aléatoires. La clé de cette étude est la prise en considération de l'influence des cadences de production sur la dégradation du système.

Dans un premier temps, nous avons formulé notre problème de production dans le but d'obtenir les cadences optimales de production.

Dans un second temps, en utilisant le plan optimal de production obtenu, nous avons déterminé le nombre optimal d'intervention pour une action de maintenance préventive

7. REFERENCES

[1] O.S.Silva Filho, "A Constrained Stochastic Production Planning Problem with Imperfect Information of Inventory ".*Proceeding of IFAC World Congress,Elsevier Science,Prague*. 2005

[2] Hajej, Z., S. Dellagi, N. Rezg. An optimal production/maintenance planning under stochastic random demand,service level and failure rate. *IEEE International Conference on Automation Science and Engineering*, pp. 292 –297, Bangalore. 2009

[3] J.P. KENNE, A. GHARBI, ''Stochastic optimal production control problem with corrective maintenance'', *Computers & industrial engineering*, 46, 865-875. 2004.

[4] Rezg, N.,Xie,X.,& Mati,Y. Joint optimization of preventive maintenance and inventory control in a production line using simulation. *International Journal of Production Research* 44:2029-2046. 2004

[5] Van der Duyn Schouen, V.D.D., and Vanneste, S.G. Maintenance optimization of a production system with buffer capacity,*European Journal of Operational Research*, 82,323-338. 1995

[6] SLOAN, T. W. and SHANTHIKUMAR, J. G. Combined production and maintenance scheduling for a multiple-product, single- machine production system. *Production and Operations Management*, 9: 379–399. 2000

[7] Hajej Z., Dellagi S., Rezg N. Optimal integrated maintenance/production policy for randomly failing systems with variable failure rate. *International Journal of Production Research,* vol. 49, Issue 19, p5695- 5712. 2011

[8] Hajej Z., Dellagi S., Rezg N. An Optimal Maintenance Planning According To Production Rate Satisfying Random Demand. *IEEE Conference on Control and Fault Tolerant Systems.* (SysTol'10), Nice, France. 2010